第51回真空夏季大学

演習 I, II, III 問題解答

重要な定数

名称	記号	値
ボルツマン定数	k	$1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
気体定数	R	$8.314\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
アボガドロ数	N_A	6.022×10^{23} 個 $\mathrm{mol^{-1}}$

２０１１年

日本真空協会

I - 1. 圧力の単位変換

以下の圧力を Pa 単位で表しなさい．

4.48 mbar, 3.9×10^{-5} Torr, 11 atm, 0.2 MPa

♣ 気体の圧力

1 mbar = 100 Pa, 1 Torr = 133.3 Pa, 1 atm = 1.0133×10^{5} Pa

［**解**］

- $4.48\,\mathrm{mbar} = 4.48\,\mathrm{mbar} \times \dfrac{100\,\mathrm{Pa}}{1\,\mathrm{mbar}} = 4.48 \times 10^{2}\,\mathrm{Pa}$
- $3.9 \times 10^{-5}\,\mathrm{Torr} = 3.9 \times 10^{-5}\,\mathrm{Torr} \times \dfrac{133.3\,\mathrm{Pa}}{1\,\mathrm{Torr}} = 5.2 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa}$
- $11\,\mathrm{atm} = 11\,\mathrm{atm} \times \dfrac{1.0133 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa}}{1\,\mathrm{atm}} = 1.1 \times 10^{6}\,\mathrm{Pa}$
- $0.2\,\mathrm{MPa} = 0.2 \times 10^{6}\,\mathrm{Pa} = 2 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa}$

注．有効数字の桁数を問題に与えられた数値のそれにそろえてある．

I - 2. 平均自由行程

温度 T=300 K，圧力 p が 20 Pa と 4.5×10^{-4} Pa の窒素分子の平均自由行程 λ [m] を求めなさい．
♣ 平均自由行程
$\lambda=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$，$p=nkT$　σ[m]: 分子の直径，窒素分子の直径=0.378 nm.

［**解**］

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}=\frac{1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}\times300\,\mathrm{K}}{\sqrt{2}\pi\,(0.378\times10^{-9}\,\mathrm{m})^2\times20\,\mathrm{Pa}}=3.3\times10^{-4}\,\mathrm{m}$$

単位を確認すると，

$$\frac{[\mathrm{J\,K^{-1}}][\mathrm{K}]}{[\mathrm{m^2}][\mathrm{Pa}]}=\frac{[\mathrm{J}]}{[\mathrm{m^2}][\mathrm{Pa}]}=\frac{[\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}]}{[\mathrm{m^2}][\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-2}}]}=[\mathrm{m}]$$

$p=4.5\times10^{-4}$ Pa の時も同様に計算すると，$\lambda=1.4\times10^{1}$ m.

I-3. Maxwell-Boltzmann の速さ分布

温度 $T = 300$ K の時の窒素分子の最大確率速度 v_{p}，算術平均速度 $\bar{v}$，二乗平均速度 $\sqrt{\bar{v^2}}$ を求めなさい．
♣ 気体の速度分布
$v_{\mathrm{p}} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m}}$，$\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$，$\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$

m [kg]: 分子 1 個の質量，窒素のモル質量は 28.0 g/mol.
mol 質量 = 分子 1 個の質量 × 1 mol の分子数（アボガドロ数）

［**解**］

- 最大確率速度は，$T = 300$ K のとき，

$$v_{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}} \times 300\,\mathrm{K}}{\left(\frac{28.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}}{6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}\right)}} = 4.22 \times 10^2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

  である．

- 算術平均速度は，

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 4.76 \times 10^2\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

- 二乗平均速度は，

$$\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 5.17 \times 10^2\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

I-4. 流量とコンダクタンス

コンダクタンス $C = 2.4 \times 10^{-2}$ m^3 s^{-1} の配管の両端の圧力が，$p_1 = 4.7 \times 10^{-4}$ Pa, $p_2 = 1.8 \times 10^{-3}$ Pa の時に配管を通過する気体の体積流量 Q [Pa m^3 s^{-1}] を求めなさい．

♣ 流量とコンダクタンス

$Q = C\Delta p.$

［解］

$$Q = C\left(p_2 - p_1\right) = 2.4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}\left(1.8 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa} - 4.7 \times 10^{-4}\,\mathrm{Pa}\right) = 3.2 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$$

I - 5. 実効排気速度

排気速度 S_0= 0.15 $\mathrm{m^3\ s^{-1}}$ の真空ポンプが，コンダクタンス $C = 2.4 \times 10^{-2}$ $\mathrm{m^3\ s^{-1}}$ の配管を通じて真空容器に接続されている。配管の接続口における実効排気速度 S^* $[\mathrm{m^3\ s^{-1}}]$ を求めなさい.

♣ 実効排気速度

$$\frac{1}{S^*} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{C}$$

［**解**］

$$S^* = \left(\frac{1}{S_0} + \frac{1}{C}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{0.15\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}} + \frac{1}{2.4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}}\right)^{-1} = 2.1 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$$

I - 6. コンダクタンス

分子流領域での円形断面配管のコンダクタンスは気体の種類によって変わるか否か？　理由を述べて答えなさい．ただし，気体や配管の温度は同一とする．

♣ コンダクタンス

［**解**］

変わる．分子流領域でのコンダクタンスは気体分子の算術平均速さ $\bar{v}$ に比例する．温度を T，分子の質量を m とすると，$\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}$ なので，温度が等しければコンダクタンスは気体分子の分子量の平方根に反比例する．

I - 7. 入射頻度

気体の入射頻度 $\mathit{\Gamma}$ は，圧力 p，温度 T，気体分子の質量 m を用いて次の式で表されることを示しなさい．

$$\mathit{\Gamma} = \frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}} \qquad [\text{個 m}^{-2}\ \text{s}^{-1}]$$

また温度 T=298 K，圧力 $p = 1.5 \times 10^{-4}$ Pa の水（H_2O）についてその値を求めなさい．

♣ 入射頻度

$$\mathit{\Gamma} = \frac{1}{4}n\bar{v},\ \ p = nkT,\ \ \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},$$ 水の mol 質量 = 18.0 g mol^{-1}.

［**解**］

$$\mathit{\Gamma} = \frac{1}{4}n\bar{v} = \frac{1}{4}\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}}$$

$$\mathit{\Gamma} = \frac{1.5 \times 10^{-4}\mathrm{Pa}}{\sqrt{2\pi \frac{18.0\times 10^{-3}\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}}{6.02\times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}} \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}} \times 298\,\mathrm{K}}} = 5.4 \times 10^{18}\,\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}}$$

I-8. 粘性流と分子流

以下の 5 項目の気体の性質に関して，粘性流領域と分子流領域の特徴を説明しているものをそれぞれについて選びなさい．

(a) 自由行程
- (i) 分子は主に空間中の他の分子と衝突
- (ii) 分子は主に容器壁と衝突
- (iii) 上記 2 種類の衝突が同程度に起こる

(b) 導管のコンダクタンス
- (i) 両端の圧力差に比例
- (ii) 両端の圧力平均に比例
- (iii) 圧力によらず一定

(c) 温度が異なる二つの空間の平衡（熱遷移）
- (i) 圧力が等しい（$p_1 = p_2$）
- (ii) 相互の気体分子入射頻度が等しい（$\mathit{\Gamma}_{1\to2} = \mathit{\Gamma}_{2\to1}$）
- (iii) 平均速度が等しい（$\bar{v_1} = \bar{v_2}$）

(d) 粘性力
- (i) 圧力に比例
- (ii) 圧力に反比例
- (iii) 圧力によらず一定

(e) 熱流量
- (i) 圧力に比例
- (ii) 圧力に反比例
- (iii) 圧力によらず一定

♣ 粘性流と分子流

［**解**］

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
粘性流	i	ii	i	iii	iii
分子流	ii	iii	ii	i	i

注 1．(c) テキスト 2011 年版の A-12,13 参照．粘性流でも，平衡状態では二つの空間 1, 2 の間で行き来する分子の数は等しいので (ii) を選びたくなるが，$\mathit{\Gamma}_{1\to2}, \mathit{\Gamma}_{2\to1}$ で表せるような分子同士の衝突のない直接の流れは $1 \to 2$, $2 \to 1$ にはない．
注 2．(d) (e) 同じく A-31 参照．粘性力と粘性率，熱流量と熱伝導率の違いに注意．

II - 1. 電離真空計の原理

感度係数 $S = 0.20$ Pa^{-1} の電離真空計を電子電流 $I_e = 5.0$ mA で使用し、イオン電流 I_i が 2.3 nA と測定された。圧力 p [Pa] を求めなさい。

♣ 電離現象を利用する真空計
$I_i = SpI_e$

［**解**］

$$p = \frac{I_i}{SI_e} = \frac{2.3 \times 10^{-9}\,\mathrm{A}}{0.20\,\mathrm{Pa}^{-1} \times 5.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{A}} = 2.3 \times 10^{-6}\,\mathrm{Pa}$$

II - 2. 比感度係数

窒素で目盛り付けを行った電離真空計で水素の圧力を測定したところ、値が 9.4×10^{-5} Pa を示した。水素の真の圧力はいくらか。ただし、水素の窒素に対する比感度係数を 0.49 と する 。

♣ 気体の種類による感度の違い
$p_x S_x = p_{N2eq} S_{N2}$　　$\frac{S_x}{S_{N2}}$:比感度係数

［**解**］

$$p_{H2} = p_{N2eq}\frac{S_{N2}}{S_{H2}} = 9.4 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa} \times \frac{1}{0.49} = 1.9 \times 10^{-4}\,\mathrm{Pa}$$

注．窒素を測定しているときの電流計の読みは，

$$I_i = S_{N2} I_e p_{N2}$$

で，ここから窒素の圧力が

$$p_{N2} = \frac{I_i}{S_{N2} I_e}$$

と得られる．一方，同じ電離真空計で，気体 x を測定しているときの電流計の読みは，

$$I_i(x) = S_x I_e p_x$$

この読み値を「窒素だと思って」換算するので，気体 x の圧力の窒素換算値 p_{N2eq} は，

$$p_{N2eq} = \frac{I_i(x)}{S_{N2} I_e} = \frac{S_x I_e p_x}{S_{N2} I_e} = p_x \frac{S_x}{S_{N2}}$$

となる．従って，

$$p_x S_x = p_{N2eq} S_{N2}.$$

II-3. 吸着平衡に関する問題

温度 $T = 300\,\mathrm{K}$ において窒素分子が金属表面上で吸着平衡にあるとき，吸着量 $\sigma\,[\,個\mathrm{m}^{-2}\,]$ を求めなさい．ただし窒素気体の圧力 $p = 10^{-8}\,\mathrm{Pa}$，$\tau_0 = 10^{-13}\,\mathrm{s}$，脱離の活性化エネルギー $E_d = 5.6\,\mathrm{kJmol}^{-1}$，吸着確率（凝縮係数） $c = 0.60$ とする．

［**解**］

吸着平衡にあるので，吸着量 σ は

$$\sigma = \frac{1}{4} n\bar{v} c\tau$$

である．右辺の各量を求めると

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{E_d}{RT}\right) = 10^{-13}\,\mathrm{s}\exp\left(\frac{5600\,\mathrm{Jmol}^{-1}}{8.314\,\mathrm{JK}^{-1}\,\mathrm{mol}^{-1} \times 300\,\mathrm{K}}\right) = 9.44 \times 10^{-13}\,\mathrm{s}$$

$$\frac{1}{4} n\bar{v} = \frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}} = \frac{1 \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa}}{\sqrt{2\pi \times \dfrac{28.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{kgmol}^{-1}}{6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}} \times 1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK}^{-1} \times 300\,\mathrm{K}}}$$

$$= 2.87 \times 10^{14}\,個\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$$

よって

$$\sigma = 2.87 \times 10^{14}\,個\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1} \times 0.6 \times 9.44 \times 10^{-13}\,\mathrm{s} = 1.63 \times 10^{2}\ 個\,\mathrm{m}^{-2}$$

II-4. ラングミュア型吸着平衡に関する問題

窒素分子が解離せずに化学吸着し，その単分子層吸着量が $\sigma_0 = 1 \times 10^{19}$ 個m^{-2} の表面がある．温度 $T = 300$ K のもとで，窒素圧力 1×10^{-4} Pa の気相と 0.5 単分子層の吸着相が平衡状態になった．吸着がラングミュア型であるとき，窒素分子の平均滞在時間を求めよ．空席に入射した分子の付着確率は $s = 1$ とする．

［**解**］

ラングミュア型の吸着では吸着平衡時には

$$\frac{\theta}{1-\theta} = \frac{1}{4} n\bar{v} s \tau \frac{1}{\sigma_0}$$

が成立している．温度 300 K，圧力 1×10^{-4} Pa における窒素分子の入射頻度は

$$\begin{aligned} \mathit{\Gamma} = \frac{1}{4} n\bar{v} &= \frac{1 \times 10^{-4}\,\mathrm{Pa}}{\sqrt{2\pi \times \dfrac{28.01 \times 10^{-3}\,\mathrm{kgmol^{-1}}}{6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}} \times 1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}} \times 300\,\mathrm{K}}} \\ &= 2.87 \times 10^{18}\ \text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}} \end{aligned}$$

したがって

$$\tau = \frac{\theta}{1-\theta} \frac{\sigma_0}{\frac{1}{4} n\bar{v} s} = \frac{0.5}{0.5} \times \frac{1 \times 10^{19}\ \text{個}\,\mathrm{m^{-2}}}{2.87 \times 10^{18}\ \text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}} \times 1} = 3.48\ \mathrm{s}$$

II-5. 真空排気の基礎

充分加熱脱ガスした後のガス放出速度が $q = 5.0 \times 10^{-9}\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}\,m^{-2}}$ の材料で，一辺の長さ 40 cm の立方体の真空容器を作った．この真空容器を排気速度 $S = 0.3\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$ のポンプで排気したとき，充分加熱脱ガスした後の真空容器内の圧力 p [Pa] はどのくらいと期待できるか．

［**解**］

真空容器内面の表面積 A [m^2] は，

$A = 0.4\ \mathrm{m} \times 0.4\ \mathrm{m} \times 6 = 0.96\ \mathrm{m}^2$

内表面から放出される気体の体積流量 Q [Pa m^3 s^{-1}] は

$Q = q \times A = 5.0 \times 10^{-9}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}\,m^{-2}} \times 0.96\,\mathrm{m^2} = 4.8 \times 10^{-9}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$

排気量＝ガス放出量より $pS = Q$ なので，

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{4.8 \times 10^{-9}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}}{0.3\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}} = 1.6 \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa}$$

II - 6. 真空排気に関する問題

ガス放出量 Q が一定の真空容器を，コンダクタンス C_1 を通じて排気速度 S_1 のポンプで排気したところ定常圧力が p_1 となった．この容器に更に，コンダクタンス C_2 を通じて S_2 の排気速度を持つポンプを追加した時の定常圧力を求めよ．

（ヒント）実効排気速度で表すと計算が簡単になる．

［**解**］

ポンプが 1 台の時には実効排気速度を S_1^* とすると，

$$Q = p_1 S_1^*, \quad S_1^* = \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{C_1} \right)^{-1} = \frac{S_1 C_1}{S_1 + C_1}$$

もう 1 台のポンプの実効排気速度を S_2^* として，圧力が p' になったとすると，

$$Q = p' S_1^* + p' S_2^*, \qquad S_2^* = \left(\frac{1}{S_2} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = \frac{S_2 C_2}{S_2 + C_2}$$

がそれぞれ成り立つ．両者を連立して解けば

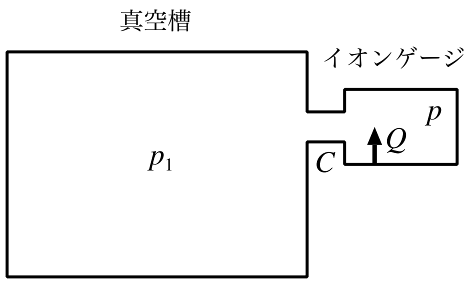
$$p' = \frac{S_1^*}{S_1^* + S_2^*} p_1 = \frac{p_1}{1 + \frac{S_2 C_2 (S_1 + C_1)}{S_1 C_1 (S_2 + C_2)}}$$

II - 7. 枝管つきの真空計に関する問題

枝管を介して真空槽にイオンゲージが取り付けてある（下図参照）．枝管のコンダクタンスを $C = 0.01\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$，イオンゲージからのガス放出量を $Q = 5 \times 10^{-10}\,\mathrm{Pa\,m^3 s^{-1}}$ とする．次の問いに答えよ．

（a）真空槽の圧力 p_1 とイオンゲージの指示圧力 p の関係を両対数のグラフで示せ．p_1 の範囲は $10^{-8} \sim 10^{-4}\,\mathrm{Pa}$ とする．但し，ゲージによる排気作用は無視する．

（b）イオン化された残留ガスがコレクターに集められることでゲージの排気作用が生まれるとすると，ゲージが単位時間に排気する量は圧力に比例すると考えることができる．その比例定数（すなわち排気速度）を $k = 0.01\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$ として，p と p_1 との関係を求め，グラフで示せ．



［解］

注．真空槽はポンプで排気されていて定常状態にあるとして考えて下さい．

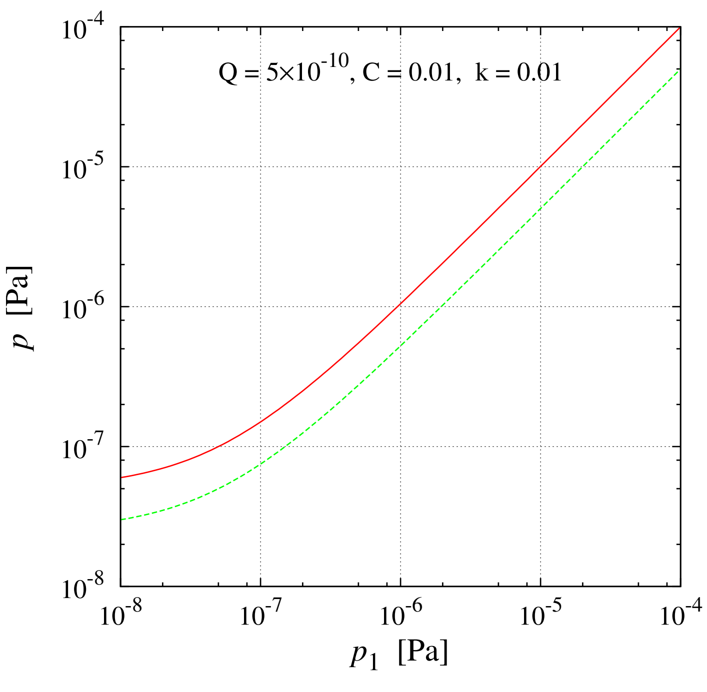
（a）$Q = C(p - p_1)$ より $p = p_1 + \dfrac{Q}{C} = p_1 + 5 \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa}$

→下図の赤線（上の曲線）．

（b）ゲージによる排気ガス量 Q' は $Q' = kp$　また　$Q - Q' = C(p - p_1)$

$$\therefore p = \frac{Q}{C + k} + \frac{C}{C + k} p_1 = 2.5 \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa} + 0.5 p_1$$

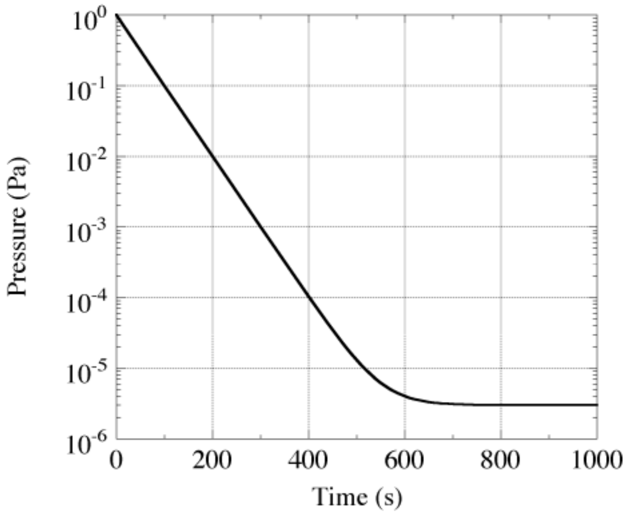
→下図の緑線（下の曲線）．



II-8. 真空排気の基礎

（a）体積 V [m^3] の真空容器を初期圧力 p_0 [Pa] から実効排気速度 S [$\mathrm{m}^3\ \mathrm{s}^{-1}$] で排気した．容器に一定の気体放出 Q [$\mathrm{Pa\ m}^3\ \mathrm{s}^{-1}$] がある場合の容器内圧力の変化 $p(t)$ を時間 t [s] の関数として表しなさい．

（b）V =0.5 m^3 の真空容器の $p_0 = 1.0$ Pa からの圧力 p の変化を片対数グラフにプロットしたところ，下図のようになった．圧力の減少の様子から実効排気速度 S を見積もりなさい．



排気開始後の圧力降下曲線

（c）到達圧力 p_f から容器のガス放出量 Q を求めなさい．

［解］

（a）排気の方程式 $V\dfrac{dp}{dt} = -Sp + Q$ を解いて，

$$p = \left(p_0 - \frac{Q}{S}\right)\exp\left(-\frac{S}{V}t\right) + \frac{Q}{S} \tag{1}$$

一般に $p_0 \gg \dfrac{Q}{S}$ であるから，

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{S}{V}t\right) + \frac{Q}{S} \tag{2}$$

（b）グラフで圧力が直線的に下降しているところは，$\dfrac{Q}{S} \ll p$ なので，式 (2) は，

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{S}{V}t\right) \tag{3}$$

と近似することができ，この両辺の自然対数（$\ln x = \log_e x$）をとると，

$$\ln p = \ln p_0 - \frac{S}{V}t \tag{4}$$

となる．グラフより，$t = 0$ s で $p_0 = 1$ Pa, $t = 400$ s で $p = 1.0 \times 10^{-4}$ Pa と読み取ると，以下が得られる．

$$S = -\left(\ln\frac{p}{p_0}\right)\frac{V}{t} = -\ln\left(\frac{1.0\times10^{-4}\,\mathrm{Pa}}{1\mathrm{Pa}}\right)\frac{0.5\,\mathrm{m}^3}{400\,\mathrm{s}} = 1.15\times10^{-2}\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{s}^{-1} \tag{5}$$

（c）グラフから読み取れる到達圧力 $p_{\mathrm{f}} = 3 \times 10^{-6}$ Pa と前問で得た排気速度 $S = 1.15 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^3\ s^{-1}}$ を用いて，以下の値が得られる．

$$Q = p_{\mathrm{f}} S = 3 \times 10^{-6}\,\mathrm{Pa} \times 1.15 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}} = 3.45 \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}} \tag{6}$$

III - 1. 表面に入射する分子に関する問題

温度 20 ℃の大きな真空容器内に温度 77 K に保った表面積 $0.1\,\mathrm{m}^2$ の板が置かれている．真空容器内の気体分子はすべてヘリウムガスであり，圧力は $1 \times 10^{-4}\,\mathrm{Pa}$ である．

(a) 単位時間内に 77 K の板に入射する気体分子の個数を求めよ．ただし，板に入射する気体の温度は真空容器の温度と同じとする．

(b) 熱的適応係数を 0.22 とするとき，板から反射する気体分子の温度は何度になるか．

(c) 表面に入射あるいは反射する気体分子の平均エネルギー E と温度 T の関係は，$E = 2kT$ で表すことができる．ヘリウムガスの入射および反射によって 77 K の板が受け取る正味のエネルギーは単位時間あたりいくらになるか．

［**解**］

(a) 入射頻度を Γ とすると，単位時間当たりの入射分子数は

$$
\begin{aligned}
\Gamma A &= \frac{1}{4} n \bar{v} A = \frac{pA}{\sqrt{2\pi mkT}} \\
&= \frac{10^{-4}\,\mathrm{Pa}}{\sqrt{2\pi \times \dfrac{4.003 \times 10^{-3}\,\mathrm{kgmol^{-1}}}{6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}} \times 1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}} \times 293.15\,\mathrm{K}}} \times 0.1\,\mathrm{m}^2 \\
&= 7.69 \times 10^{17}\,\mathrm{s^{-1}}
\end{aligned}
$$

(b) 入射ガス分子，板，反射ガス分子の温度を T_g, T_s, T_r とすると，$\alpha = \dfrac{T_r - T_g}{T_s - T_g}$ より

$$
T_r = T_g + \alpha(T_s - T_g) = 293.15\,\mathrm{K} + 0.22 \times (77.00\,\mathrm{K} - 293.15\,\mathrm{K}) = 245.60\,\mathrm{K}
$$

(c) 入射ガス分子と脱離ガス分子の平均エネルギーの差が板の受け取るエネルギーである．

$$
\begin{aligned}
E &= \Gamma A(E_g - E_r) = \Gamma A \times 2k(T_g - T_r) \\
&= 7.69 \times 10^{17}\,\mathrm{s^{-1}} \times 2 \times 1.381 \times 10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}} \times (293.15\,\mathrm{K} - 245.60\,\mathrm{K}) = 1.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{Js^{-1}}
\end{aligned}
$$

III - 2. 吸着に関する問題

充分圧力の低い真空容器内に，表面積 $0.1\mathrm{m}^2$ のガラス板が置かれている．キセノン (Xe) ガスを導入して容器の圧力を 1×10^{-5} Pa に保った．Xe の脱離の活性化エネルギー E_d を 3.75×10^{-20}J 個$^{-1}$，$\tau_0 = 1.2\times10^{-13}$ s, 凝縮係数を 1 ，mol 質量を 131.3 g mol^{-1} として以下の問いに答えよ．

(a) Xe ガスとガラス板がともに 300 K で，ガラス表面吸着相の Xe と気相中の Xe の間に吸着平衡が成立しているときのガラス板上の Xe 吸着量（個 m^{-2}）を求めよ．

(b) (a) の状態で，Xe ガスは 300 K (真空容器を 300 K) に保ったまま，ガラス板を 200 K に冷却した．冷却直後にガラス板が Xe に対して持つ排気速度を求めよ．

(c) (b) の状態で充分時間がたつと，再び吸着平衡が成立した．このときのガラス板上の Xe 吸着量（個 m^{-2}）を求めよ．ただし，真空容器内の Xe の圧力は 1×10^{-5} Pa に保たれているとする．

［**解**］

(a) 入射頻度の式より 300 K での入射頻度を計算：

$$
\begin{aligned}
\mathit{\Gamma} &= \frac{1}{4}n\bar{v} = \frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}} \\
&= \frac{1\times10^{-5}\,\mathrm{Pa}}{\sqrt{2\pi\frac{131.3\times10^{-3}\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}}{6.02\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}\times1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}\times300\,\mathrm{K}}} = 1.33\times10^{17}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}}
\end{aligned}
$$

300 K での滞在時間を計算：

$$
\begin{aligned}
\tau_{300K} &= \tau_0 \exp\left(\frac{E_d}{kT}\right) \\
&= 1.2\times10^{-13}\,\mathrm{s}\times\exp\left(\frac{3.75\times10^{-20}\,\mathrm{J}}{1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}\times300\,\mathrm{K}}\right) = 1.02\times10^{-9}\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

吸着平衡が成立しているので，

$$
\frac{\sigma}{\tau_{300K}} = \mathit{\Gamma}
$$

よって $\sigma = \mathit{\Gamma}\times\tau_{300K} = 1.36\times10^{8}$ 個m^{-2}.

(b) 200 K での滞在時間

$$
\begin{aligned}
\tau_{200K} &= \tau_0 \exp\left(\frac{E_d}{kT}\right) \\
&= 1.2\times10^{-13}\,\mathrm{s}\times\exp\left(\frac{3.75\times10^{-20}\,\mathrm{J}}{1.38\times10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}\times200\,\mathrm{K}}\right) = 9.5\times10^{-8}\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

ガラス板から放出される分子数 n_{out} は

$$
\begin{aligned}
n_{out} &= \frac{\sigma}{\tau_{200K}} \\
&= \frac{1.36\times10^{8}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}}}{9.5\times10^{-8}\,\mathrm{s}} = 1.4\times10^{15}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}}
\end{aligned}
$$

入射分子数は (a) で求めた入射頻度．よってその差 Δn は

$$
\begin{aligned}
\Delta n &= \mathit{\Gamma} - n_{out} \\
&= 1.33\times10^{17}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}} - 1.4\times10^{15}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}} = 1.32\times10^{17}\,\text{個}\mathrm{m^{-2}\,s^{-1}}
\end{aligned}
$$

板の面積を A とすると、
流量 $= \Delta n \times A \times kT$
排気速度 $=$ 流量$/p$
よって排気速度 S は

$$S = \frac{\Delta n \times A \times kT}{p} = \frac{1.32 \times 10^{17}\,\text{個}\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1} \times 0.1\,\mathrm{m}^{2} \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K}^{-1} \times 300\,\mathrm{K}}{1 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa}} = 5.47\mathrm{m}^{3}\mathrm{s}^{-1}$$

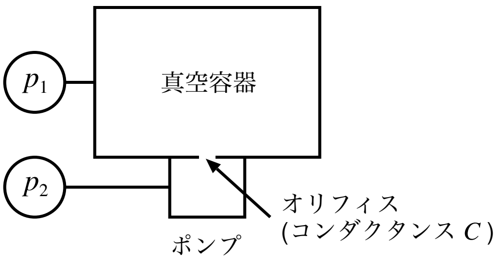
(c) 入射するガスは 300 K，脱離は 200 K で両者が平衡にあるとして

$$\begin{aligned}\sigma_{200K} &= \varGamma \times \tau_{200K} \times c \\ &= 1.33 \times 10^{17}\,\text{個}\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1} \times 9.5 \times 10^{-8}\,\mathrm{s} = 1.26 \times 10^{10}\,\text{個}\mathrm{m}^{-2}\end{aligned}$$

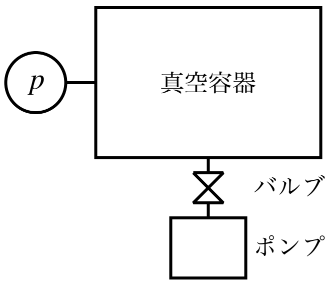
III-3. ガス放出速度の測定に関する問題

真空容器内壁（容積 V，表面積 A）からのガス放出速度 $q\,[\mathrm{Pa\,ms^{-1}}]$ を測る方法としては，以下に示すようなスループット法やビルドアップ法などがある．ガス放出速度が圧力にかかわらず一定として以下の問に答えよ．雰囲気温度は 20 ℃ とする．

(1) スループット法



(2) ビルドアップ法



(a) (1) の場合，q はどのようにして求められるか．
また，$A = 1\,\mathrm{m^2}$，$q = 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,ms^{-1}}$，オリフィス（円孔）の直径 1cm，ポンプの排気速度 $0.1\,\mathrm{m^3s^{-1}}$ の場合 p_1 と p_2 はどの程度になるか．ただし放出ガスは水素分子として計算せよ．

(b) (2) の場合，バルブを閉じてから t 秒後の圧力を $p(t)$ とすると，q はどのようにして求められるか．
また，$A = 1\,\mathrm{m^2}$，$V = 0.01\,\mathrm{m^3}$，$q = 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,ms^{-1}}$ の場合，$p(t)$ を求めよ．

［**解**］

注．左の図では装置の下にポンプがつながっていると考えて下さい．

(a) オリフィスのコンダクタンスを C として　$q = \dfrac{C(p_1 - p_2)}{A}$.

またポンプの排気速度を S とすると　$p_2 S = C(p_1 - p_2) = qA$.

よって，

$$p_2 = \frac{qA}{S} = \frac{1\,\mathrm{m^2} \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,ms^{-1}}}{0.1\,\mathrm{m^3s^{-1}}} = 10^{-7}\,\mathrm{Pa} \text{ また } p_1 = \frac{qA}{C} + p_2.$$

直径 1 cm のオリフィスのコンダクタンス C は

$$C = 1.15 \times \sqrt{\frac{T}{M}}A = 1.15 \times \sqrt{\frac{293}{0.002}} \times \frac{\pi}{4} \times (0.01)^2 \;= 0.035\,\mathrm{m^3s^{-1}}$$

または，

$$C = \frac{1}{4}\bar{v}A = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}A = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{8 \times 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}} \times 293\,\mathrm{K}}{\pi\frac{2\times10^{-3}\,\mathrm{kg\,mol^{-1}}}{6.02\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}}} \times \frac{\pi}{4} \times (0.01\,\mathrm{m})^2 = 3.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}$$

であるから，

$$p_1 = \frac{1\,\mathrm{m^2} \times 10^{-8}\,\mathrm{Pa\,ms^{-1}}}{3.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}}} + 10^{-7}\,\mathrm{Pa} = 3.9 \times 10^{-7}\,\mathrm{Pa}$$

となる．

(b) $V\dfrac{dp(t)}{dt} = qA$　の一般解は $p(t) = p_0 + \dfrac{qAt}{V}$．$q$，$V$，$A$ に与えられた値を代入して

$$p(t) = p_0 + t \times \frac{10^{-8}\,\mathrm{Pa\,ms^{-1}} \times 1\,\mathrm{m^2}}{0.01\,\mathrm{m^3}}t = p_0 + t \times 10^{-6}\,\mathrm{Pa\,s^{-1}}$$

III-4. リークテスト

到達圧力 1×10^{-7}Pa 以下を目標として超高真空装置を組み立てた．本体の内容積は 20ℓ．排気系には公称到達圧力 1×10^{-8}Pa のターボ分子ポンプとダイアフラムポンプを採用した．本体にはバルブを介して取り付け，バルブを経由しての実効排気速度は 100ℓ/s であった．圧力測定には B-A 形電離真空計をもちいた．漏れの有無を判断しながら以下の様な排気操作を行った．それぞれの問いに答えよ．

(a) 排気を開始してから 10 分ほどで，圧力は 1×10^{-3}Pa となり，それ以降ゆっくりと圧力は下がる傾向にあった．このときポンプが排気している気体の流量はいくらか．

(b) 上記の段階では気体の負荷が漏れによるものか，壁などからの放出気体によるものかは，にわかには判断できない．今後の圧力の変化からそれを判断したい．1) 負荷が漏れだけによる場合，2) 漏れはなく放出気体だけによる場合のそれぞれで圧力はどのような時間変化をすると予想できるか．

(c) 丸一日排気を続けたところ，圧力は 1×10^{-4}Pa に達した．まだ徐々に圧力は下がっているように見えた．このときポンプが排気している気体の流量はいくらか．

(d) 試しにバルブを閉じて，圧力の変化の様子を観察した．1) 負荷が漏れだけによる場合，2) 漏れはなく放出気体だけによる場合のそれぞれで圧力はどのような時間変化をすると予想できるか．

(e) バルブを閉じてから 30 分後に圧力は 1×10^{-2}Pa を超えたので，バルブを開けて再び排気を開始した．この観察から漏れの有無は判断できるだろうか？

(f) バルブを開けた後，圧力は短時間で 1×10^{-4}Pa に戻った．ここで装置全体の加熱脱ガス（温度 120 ℃で 12 時間）を行った．室温に戻ったあとの圧力は 1×10^{-6}Pa でほぼ安定した．ここで漏れがあると判断して良いだろうか？

(g) ここでまたバルブを閉じて，圧力の変化の様子を観察したところ，やはりバルブを閉じてから 30 分後に圧力は 1×10^{-2}Pa に達した．ここで漏れがあると確信した．その理由を述べよ．また漏れの大きさ（流れ込む気体の流量）を計算せよ．

(h) バルブを開けた所，圧力はすぐに 1×10^{-6}Pa に戻った．漏れの位置を見つけるために，ヘリウムガスを疑わしいところに吹きかけた．フランジ部分に吹きかけ続けたところ，圧力は 8×10^{-7}Pa を示した．電離真空計の空気とヘリウムに対する感度の比は 5：1 程度なので，かなり大きな漏れがあると判断した．上記の方法で漏れを検出できる理由，および上記の判断の根拠を説明せよ．

(i) ヘリウムによる漏れ試験を前述の (a) および (c) の段階で行った場合，漏れを見つけることはできるだろうか？　予想できる圧力変化の大きさを見積もって考察せよ

なお，フランジのガスケットを交換して，再度排気・加熱脱ガスしたところ，めでたく 1×10^{-7}Pa の到達圧力を得ることができた．

［**解**］

(a)

$$Q = pS = 1\times10^{-3}\,\mathrm{Pa}\times100\,\ell/\mathrm{s} = 1\times10^{-4}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$$

(b) 1) の場合は漏れの大きさと排気速度で決まる一定の圧力に短時間で到達して，その後変化がなくなる．2) の場合には緩やかな圧力の低下が続く．

(c)

$$Q = pS = 1\times10^{-4}\,\mathrm{Pa}\times100\,\ell/\mathrm{s} = 1\times10^{-5}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$$

(d) 1) の場合は圧力の上昇率が一定で時間に対して直線的に上昇する．2) の場合には徐々に上昇率が低下していく．

(e) 判断できない．ビルドアップから気体の放出量を計算すると，

$$Q = \frac{\Delta p V}{\Delta t} = \frac{1 \times 10^{-2}\ \mathrm{Pa} \times 20\,\ell}{1800\,\mathrm{s}} = 1.1 \times 10^{-7}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$$

となり，加熱脱ガス前の真空装置の放出ガス量と考えてもおかしくない．従って，漏れとの区別はできない．

(f) 加熱脱ガスをすれば壁からの放出ガス量は大幅に低下すると期待できるが，このときポンプが排気している流量は $Q = pS = 1 \times 10^{-6}\,\mathrm{Pa} \times 0.1\,\mathrm{m^3\,s^{-1}} = 1 \times 10^{-7}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}$ であり，(e) でビルドアップ法で求めた加熱脱ガス前の値と大差ないので，高い確率で漏れがあると考えられる．ただし，加熱脱ガスでも除去できない気体放出源（有機物のゴミなど）がある可能性は否定できない．

(g) 加熱脱ガスした後のビルドアップによる圧力の上昇率が加熱脱ガス前と変わらないので漏れと判断できる．圧力の上昇がすべて漏れによるものとすると，

$$Q = \frac{\Delta p V}{\Delta t} = \frac{1 \times 10^{-2}\ \mathrm{Pa} \times 20\,\ell}{1800\,\mathrm{s}} = 1.1 \times 10^{-7}\,\mathrm{Pa\,m^3\,s^{-1}}.$$

(h) 漏れの孔から空気に混ざってヘリウムが入り，真空槽内の全圧は変化していないと仮定すると，電離真空計に対するヘリウムの感度が空気の約 1/5 なので，ヘリウムの分圧の 4/5 だけ真空計の見かけの読みは減少する．この圧力変化から漏れを検出できる．圧力の見かけの減少が $2 \times 10^{-7}\mathrm{Pa}$ なので，ヘリウムを吹きかけている時の容器内のヘリウムの真の分圧は $2.5 \times 10^{-7}\mathrm{Pa}$ と概算できる．すなわち全圧 $1 \times 10^{-6}\mathrm{Pa}$ の内，少なくともその 1/4 は漏れによるものである．実際には空気も一緒に入っているので，それ以上が漏れによるものと考えられる．

(i) できない．ここで問題としている圧力領域では漏れの量は真空槽内の圧力によらないので，ヘリウムを吹きかけることによる圧力変化（減少）はどの様な圧力領域でも前の問題の計算と同様の $2 \times 10^{-7}\mathrm{Pa}$ 程度と考えて良い．(a) や (b) の圧力領域では，この程度の圧力変化を検知することは困難である．